

УДК 666.972.16

## КАПИЛЛЯРНАЯ УСАДКА И ТРЕЩИНООБРАЗОВАНИЕ БЕТОНА В РАННЕМ ВОЗРАСТЕ

**С. Н. Леонович**

*Белорусский национальный технический университет (г. Минск)*

*Аннотация.* Процессы разрушения бетона трещинами рассматриваются как обобщенное напряженно-деформированное состояние в некотором каноническом объеме, обладающем физическими особенностями, присущими композиту с прочностными и деформативными свойствами.

Аналитические расчеты для оценки напряженного состояния и трещиностойкости бетона в раннем возрасте на основе обобщенного критерия в терминах коэффициентов интенсивности напряжений возможно реализовать благодаря современным экспериментальным данным о величине капиллярного давления (70 кПа через 180 мин. после укладки). Разработанный алгоритм расчета позволяет учесть влияющие на капиллярное давление факторы: вид цемента, модификаторы и минеральные добавки, условия выдерживания бетона.

Бетон рассматривается как упругая квазиоднородная двухкомпонентная среда, состоящая из: а) конструктивной части (матрицы): твердеющего цементного камня со структурными элементами щебня, песка; б) деструктивной части (пустот): капилляров-трещин и пор (полостей с начальными трещинами в стенках). Исходные физико-механические свойства бетона (конструктивные) оцениваются прочностными и деформативными характеристиками  $R_b, R_{bt}, E_b$  и параметрами механики разрушения  $K_{ij}, G_{ij}, J_i$ .

Процесс формирования и движения трещин рассматривается как результат воздействий на основе принципов теории трещин из условия, что в вершине каждой трещины своего уровня в каноническом объеме бетона возникают поля деформаций и напряжений, создающие схемы нормального отрыва и сдвига. Возникающее состояние оценивается соответствующими затратами энергии разрушения  $G_{ij}$  и коэффициентами интенсивности напряжений  $K_{ij} = \sqrt{G_{ij}E_{ij}}$ .

Температурные, влажностные длительные воздействия при усадке создают поля напряжений в вершинах пустот – трещин.  $K_{ic}(\tau) = K_{ic}(\tau_0)D$ .

Процессы разрушения бетона трещинами рассматриваются как обобщенное напряженно-деформированное состояние в некотором каноническом объеме, обладающем физическими особенностями, присущими композиту с прочностными и деформативными свойствами  $R_b, R_{bt}, \nu$ . Особенности физических процессов страгивания микро- и макротрещин в исследуемом объеме достоверны и обоснованы экспериментальными данными по определению  $I_{cr}, G_{ij}, J_i, K_I$  и  $K_{II}$  на образцах-кубах (призмах).

Деформативные и прочностные свойства в единичном объеме бетона любого состава обеспечиваются системой активных и реактивных сил в структуре:  $\sum N_{act} - \sum N_{react} = R_i$ .

С изменением при усадке температуры, влажности, давления в дефектах структуры  $P, K, T$ , заполненных жидкостью, возникают усилия, изменяются размеры и количество дефектов, количество и свойство структурных связей, что влияет на уровень исходных свойств  $R_i, E_j$  и уровни их измеряемых пределов.

*Ключевые слова:* капиллярная усадка; трещинообразование; бетон в раннем возрасте; коэффициент интенсивности напряжений; капиллярное давление; капиллярные силы; система сил.

### **Введение. Состояние вопроса**

Традиционно деформации бетона исследуют с момента его высыхания в раннем воз-

расте при влажностной усадке на фоне процессов гидратации, сопровождаемых гидратационной усадкой.

Существует мнение [1-5], что гидратационная усадка меньше влияет на общую деформацию высококачественного цементного камня ввиду его микропористой плотной структуры.

Под руководством академика Е.Н. Чернышова исследовано развитие влажностных деформаций при двух вариантах реализации процесса: послераспалубочное обезвоживание цементного камня в возрасте одних суток, когда общая усадка складывается из гидрата-

ционной (autogenous shrinkage) и влажностной усадки (drying shrinkage); обезвоживание «старого» цементного камня (возраст более одного года), когда усадка определяется влажностной усадкой.

#### Модель капиллярного давления

За основу принята научная гипотеза о механизме влажностной усадки цементного камня и бетона, основанная на анализе современных теоретических представлений и моделей усадки [6-9] (табл. 1).

Таблица 1

Гипотеза о механизме влажностной усадки

| Этап | Относительная влажность, % | Феномен  | Изменение капиллярного давления, усадочных напряжений и деформаций  |
|------|----------------------------|--|---|
| 1    | RH = 80-95                 | На начальном этапе высыхания вода удаляется из крупных пор, $r = 100$ нм   | Капиллярное давление невысоко. Величина усадочных напряжений и деформаций незначительна   |
| 2    | RH = 40-80                 | Удаление воды из пор радиусом $20 \text{ нм} < r < 100$ нм. Вследствие эффекта упругого восстановления объема твердой фазы при уменьшении всестороннего сжатия возможно расширение системы                                   | Капиллярное давление возрастает. Влажностная усадка увеличивается   |
| 3    | RH < 40                    | После удаления капиллярно-связанной воды из порового пространства начинается удаление адсорбционно-связанной воды с поверхности твердой фазы, в итоге уменьшается ее степень сжатия и увеличивается сила упругого расширения | Нарастающее влияние сил поверхностного натяжения. Исчезновение сил капиллярного давления при удалении адсорбированной жидкой фазы. Возрастающая роль усадки от межмолекулярных сил взаимодействия частиц дисперсной системы (сближение) |

На разных стадиях удаления воды из материала последовательно или параллельно может проявляться действие капиллярных сил и сил поверхностного натяжения, сил внутренних связей в кристаллогидратах, сил упругого противодействия твердой фазы ее деформированию (табл. 2). Исходя из этого величина влажностной усадки материала, закономерности этого процесса определяются силой связи структуры с водой. На различных этапах обезвоживания баланс сил связи структуры с водой и, соответственно, величину усадки определяют следующие критериальные структурные характеристики: площадь поверхности и поверхностная энергия твердой фазы, объемная доля пор и их размеры (табл. 2). Происходящие при изме-

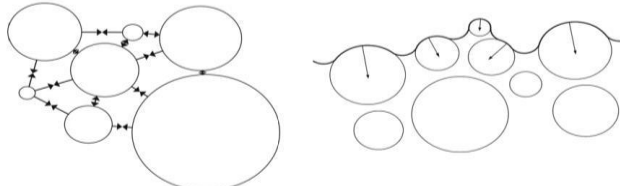
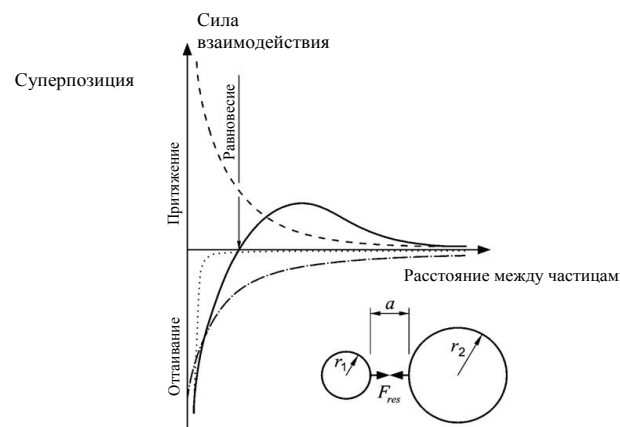
нении состава цементного камня и бетона изменения указанных характеристик влияют на силу связи структуры с водой, величину влажностной усадки на каждом этапе обезвоживания.

В работах [10-13] представлены модель капиллярного давления и экспериментальные данные его роста после укладки (рис. 1).

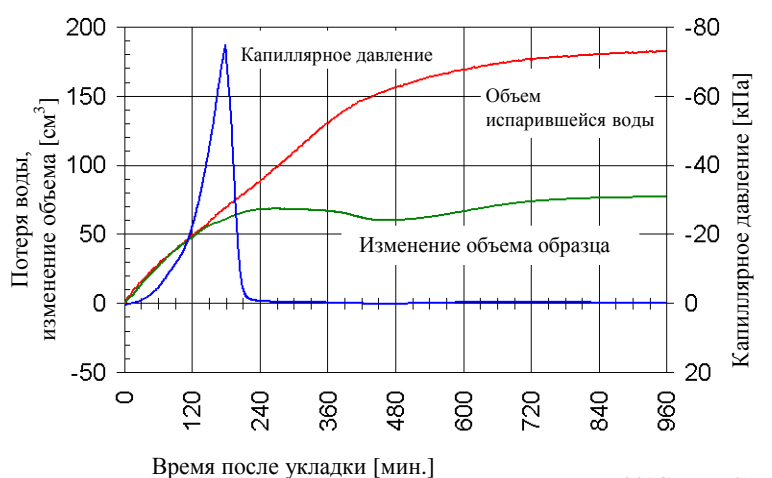
Проанализированы факторы, влияющие на капиллярное давление (вид цемента, наличие добавок, условия выдерживания). Главное – получены экспериментальные данные по изменению капиллярного давления, объема испарившейся воды и объема образца бетона, используемые как исходные для расчета (рис. 1) [14-16].

Таблица 2

Характер воздействий и влияющие факторы на трещинообразование при капиллярной усадке

| Воздействия   | Физика процессов. Основные зависимости  |
|---|---|
| Воздействия и влияющие факторы на трещинообразование при капиллярной усадке<br>а) Силы взаимодействия между частицами<br>б) Силы, являющиеся результатом капиллярного давления<br>Гравитационные силы не показаны   |  <p style="text-align: center;">а) <span style="margin-left: 200px;">б)</span></p>  |
| Силы взаимодействия<br>— Результирующая сила $F_{res}$<br>- - Сила Ван дер Ваальса<br>- - - Электростатическая сила<br>···· Отталкивания Борна  |   |
| 1. Силы Ван дер Вальса<br>$A_H$ – Постоянная Гаммакера;<br>$r$ – радиус частицы;<br>$a$ – расстояние между частицами  | $F_{vdW} \cong A_H \cdot \frac{R}{12 \cdot a^2} \quad \text{где} \quad R = \frac{2 \cdot r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2}$   |
| 2. Электростатические силы<br>$\epsilon_0, \epsilon_r$ – вакуумная и относительная диэлектрические постоянные;<br>$\zeta$ – зета потенциал; $k_B$ – постоянная Больцмана; $T$ – абсолютная температура; $e$ – элементарный заряд;<br>$z_+, n_+^b$ – валентность и концентрация эквивалентного симметричного электролита | $F_{el} = -2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \zeta^2 \cdot R \cdot \frac{1}{\delta} \cdot \frac{e^{a/\delta}}{1 + e^{a/\delta}} \quad \text{где} \quad \delta = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot k_B \cdot T}{2 \cdot e^2 \cdot z_+^2 \cdot n_+^b}}$ |

Раствор на цементе СЕМ I 42,5 R



$t=20^\circ\text{C}; \text{RH}=45\%$

Рис. 1. Рост капиллярного давления и усадка

**Общие положения расчета**

В качестве теоретической основы метода приняты физические представления о механизме приращения объема пустотности (трещин) в модели бетона, представленной как двухуровневая структура: матрица твердеющего цементного камня с включениями и пустоты различной формы (трещины) как результат воздействий, изменяющих напряженно-деформированное состояние в точке и объеме.

Основным расчетным критерием метода является обобщенный суммарный параметр трещиностойкости  $K_c = \sqrt{(K_{IC}^2 + K_{IIc}^2)}$  [или  $K_c(\tau)$ ], вычисляемый на основании модельных схем развития, объединения, локализации системы трещин, их классификации по видам и относительному количеству в объеме при начальной концентрации, возрастающей до критической, что обусловлено физическими процессами изменения температуры, состояния воды и физико-химическими процессами накопления веществ новообразований.

При теоретическом обосновании метода расчета усадочной трещиностойкости бетона с использованием подходов механики разрушения по обобщенному критерию приняты следующие допущения:

1. Бетон рассматривается как упругая квазиоднородная двухкомпонентная среда, состоящая из: а) конструктивной части (матрицы): твердеющего цементного камня со структурными элементами щебня, песка; б) деструктивной части (пустот): капилляротрещин и пор (полостей с начальными трещинами в стенках). Исходные физико-механические свойства бетона (конструктивные) оцениваются прочностными и деформативными характеристиками  $R_b$ ,  $R_{bt}$ ,  $E_b$  и параметрами механики разрушения  $K_i$ ,  $G_i$ ,  $J_i$ .

2. Пустоты в матрице и контактных зонах представлены соподчиненной пятиуровневой системой по форме и размерам, кратным диаметру, под воздействиями по достижении критических размеров переходящие из уровня в следующий уровень по схеме: стабилизация размеров – делокализация накопления – кри-

тическая концентрация в единичном объеме – переход на следующий уровень.

3. Процесс формирования и движения трещин рассматривается как результат воздействий на основе принципов теории трещин из условия, что в вершине каждой трещины своего уровня в каноническом объеме бетона возникают поля деформаций и напряжений, создающие схемы нормального отрыва и сдвига. Возникающее состояние оценивается соответствующими затратами энергии разрушения  $G_{ij}$  и коэффициентами интенсивности напряжений  $K_{ij} = \sqrt{G_{ij}E_{ij}}$ .

4. В качестве обобщенной константы свойства трещиностойкости бетона во времени, его сопротивления образованию, накоплению в объемах микротрещин и формированию магистральных трещин критических величин принят параметр  $K_{cij}(\tau)$  как алгебраическая сумма критических значений  $K_{ij}$  во всей системе всех уровней трещин-пустот, заполняющих канонический объем до критической концентрации.

5. Температурные, влажностные длительные воздействия при усадке создают поля напряжений в вершинах пустот-трещин:

$$K_{ic}(\tau) = K_{ic}(\tau_0)D. \quad (1)$$

6. Процессы разрушения бетона трещинами рассматриваются как обобщенное напряженно-деформированное состояние в некотором каноническом объеме, обладающем физическими особенностями, присущими композиту с прочностными и деформативными свойствами  $R_b$ ,  $R_{bt}$ ,  $v$ . Особенности физических процессов страгивания микро- и макротрещин в исследуемом объеме достоверны и обоснованы экспериментальными данными по определению  $l_{crc}$ ,  $G_i$ ,  $J_i$ ,  $K_I$  и  $K_{II}$  на образцах-кубах (призмах).

Деформативные и прочностные свойства в единичном объеме бетона любого состава обеспечиваются системой активных и реактивных сил в структуре:

$$\sum N_{act} - \sum N_{react} = R_i. \quad (2)$$

С изменением при усадке температуры, влажности, давления в дефектах структуры П,

$K$ ,  $T$ , заполненных жидкостью, возникают усиления, изменяются размеры и количество дефектов, количество и свойство структурных связей, что влияет на уровень исходных свойств  $R_i$ ,  $E_j$  и уровни их измеряемых пределов.

**Теоретические обоснования и аналитические решения напряженного состояния и трещиностойкости бетона на основе обобщенного критерия**

Некоторый элементарный объем цементного камня включает в себя некоторое количество пустот-капилляров, содержащих в зависимости от внешних условий определенное количество свободной воды. Тогда модель капилляра (концентратора напряжений, инициирующего появление микротрещин), к стенкам которого приложены некоторые усилия, вызванные содержащейся в его объеме водой, можно представить в виде, показанном на рисунке 2, где  $l_c$  – длина капилляра; величина  $b_c$  зависит от влажности собственно цементного камня;  $a_c$  – диаметр пустоты-капилляра).

Параметрами модели в характерных точках  $t$ ,  $W$ ,  $P$  диаграммы состояния будут следующие характеристики:  $l_c$  и  $a_c$  – начальные размеры пустоты-капилляра;  $W$  – влажность и  $t$  – температура цементного камня.

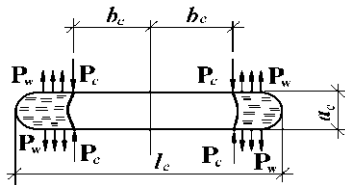


Рис. 2. Модель капилляра, заполненного водой

*Состояние 1.* Условие:  $t = \text{const}$ ,  $W \neq \text{const}$ ,  $P \neq \text{const}$ .

$$K_I = 2\pi a_c \cos\theta \cdot \sigma_0 (1-t/t_k) \sqrt{l_c/2} / g_c \sqrt{\pi(l_c^2/4 - b_c^2)} = 4\sqrt{\pi}/\sqrt{2} \cdot a_c \cos\theta \cdot \sigma_0 (1-t/t_k) / g_c \sqrt{l_c [1 - (1-W/100)^2]} \quad (10)$$

Таким образом, коэффициент интенсивности напряжений при нормальном отрыве от капиллярных сил определяется геометриче-

Капиллярные силы определим по формуле

$$P_c = \pi\sigma a_c \cos\theta, \quad (3)$$

где  $\sigma$  – поверхностное натяжение жидкости;  $\theta$  – угол смачивания или краевого угол на границе «жидкость – стенка капилляра».

Исходя из анализа величины  $\sigma$ , которая при критической температуре обращается в ноль, можно записать:

$$\sigma = \sigma_0 (1-t/t_k), \quad (4)$$

где  $t_k = 370^\circ$  (для воды),  $\sigma_0 = 0,076$  Н/м ( $t = 0^\circ\text{C}$ ).

Тогда сила, приложенная к берегу капилляра,

$$P_c = \sigma_0 \pi a_c \cos\theta (1-t/370). \quad (5)$$

Точки приложения сил  $P_c$  зависят от  $W$ . С учетом приращения количества воды в капилляре за счет изменения влажности

$$b_c = l_c/2(1-W/100). \quad (6)$$

При действии на верхнем и нижнем берегах трещины в точках, удаленных от центра трещины на расстояние  $b$ , равных нормальных сосредоточенных сил  $P$  (но противоположных по направлению) коэффициент интенсивности напряжений (КИН) при нормальном отрыве  $K_I$  определяется по формуле Ирвина [17]:

$$K_I = 2P\sqrt{l} / \sqrt{\pi(l^2 - b^2)}. \quad (7)$$

В принятых обозначениях формула для плоского напряженного состояния имеет вид

$$K_I = 2P_c \sqrt{l_c/2} / \sqrt{\pi(\sqrt{l_c^2/4 - b_c^2})}, \quad (8)$$

а коэффициент интенсивности напряжений от действия капиллярных сил

$$K_I = 2P_c \sqrt{l_c/2} / \sqrt{\pi(\sqrt{l_c^2/4 - b_c^2})} \cdot g_c. \quad (9)$$

Принимая во внимание выражения (6) и (7), имеем

скими размерами капилляра  $a_c$ ,  $l_c$ , его заполнением влагой  $W$  и углом смачивания  $\theta$ , поверхностным натяжением при  $0^\circ\text{C}$   $\sigma_0$  и температу-

рой, расстоянием между капиллярами  $g_c$ .

Если развитие капилляра в длину не про-

исходит, то величина изменения ширины (радиуса) капилляра определяется по формуле

$$a_c^p = (2\pi/g_c E_{цк}) \cdot P_c / n \left\{ \left[ l_c/2 - \sqrt{(l_c/2)^2 - b_c^2} \right] / \left[ l_c/2 + \sqrt{(l_c/2)^2 - b_c^2} \right] \right\}, \quad (11)$$

где  $g_c$  – расстояние между двумя соседними капиллярами, являющееся функцией пористости (В/Ц);  $E_{цк}$  – модуль упругости цементного камня.

С изменением  $a_c$  при неизменном значении  $W$  смещаются и точки приложения сил  $P_c$  (рис. 3): первоначально  $P_{c1}$ , затем  $P_{c2}$ .

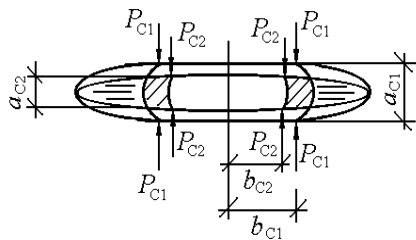


Рис. 3. Изменение точек приложения капиллярных сил при уменьшении диаметра капилляра

Учитывая, что объем воды в капилляре  $V = (\pi a_{c1}^2/4)(l_c - 2b_{c1})$  остается неизменным, получим

$$b_{c2} = (2a_{c1}^2 \cdot b_{c1} + a_{c2}^2 \cdot l_c - a_{c1}^2 \cdot l_c) / 2a_{c2}^2, \quad (12)$$

где  $a_{c2} = a_{c1} - a_c^p$ .

Если же влажность цементного камня изменяется в процессе усадки, то

$$b_{c2} = \left[ l_c (2a_{c1}^2 (1 - W/100) / 2 + a_{c2}^2 - a_{c1}^2) \right] / 2a_{c2}^2 \mp (l_c/2) (1 - \Delta W/100) = l_c/2 \times \left[ \left( 1 - (a_{c1}/a_{c2})^2 \right) \cdot (W/100) \pm (1 - \Delta W/100) \right], \quad (13)$$

где  $\Delta W$  – изменение влажности: знак «-» при повышении  $W$ , знак «+» при ее снижении.

Тогда интенсивность напряжений в вершине капилляра

$$K_I = 2\pi a_{c2} \cos \theta \cdot \sigma_0 (1 - t/t_k) \sqrt{l_c/2} / g_c \sqrt{\pi \left( \sqrt{l_c^2/4 - b_c^2} \right)}. \quad (14)$$

Деформация усадки, если принять во внимание, что капилляры (микротрещины) равномерно распределены по объему бетона, определяется по формуле

$$\varepsilon_{sh} = P_c G_{lc} / (l_c K_{lc}^2 a_c), \quad (15)$$

где  $G_{lc}$  – энергия разрушения цементного камня.

В направлении, параллельном действию сил  $P_c$ , к капилляру приложены главные сдвигающие напряжения, вызывающие в вершинах капилляра деформации поперечного сдвига, описываемые коэффициентом интенсивности напряжений  $K_{II}$ , величина которого

$$K_{II} = \tau \sqrt{\pi l_c}, \quad (16)$$

где  $\tau$  – главные касательные напряжения. Их определим, принимая во внимание, что капилляры равномерно распределены по площади бетона. С учетом (15) и (16)

$$K_{II} = P_c \sqrt{\pi l_c} / (g_c a_c). \quad (17)$$

В момент  $K_{II} = K_{II}^{нк}$  рост микротрещины в длину будет определяться механизмом поперечного сдвига.

*Состояние 2.* Условия:  $W = \text{const}$ ;  $t \neq \text{const}$ ;  $P \neq \text{const}$ .

Рассмотрим цементный камень на макроуровне. Он состоит из негидратированного зерна и гидратированной массы, которая в свою очередь состоит из пустот-пор (капилляров) и кристаллической системы (микроуровень).

В гидратированной массе будут наблюдаться микродефекты двух типов: I – капилляры; II – трещины нормального отрыва, образовавшиеся из-за разности модулей упругости и коэффициентов линейного расширения негидратированного зерна и гидратированной массы. Тогда общая сопротивляемость цементного камня развитию температурных трещин в терминах коэффициентов интенсивности напряжений определяется по формулам

$$K_{I,t}^{IIK} = K_{I,t}^I + K_{I,t}^{II}; \quad (18)$$

$$K_{II,t}^{IIK} = K_{II,t}^I + K_{II,t}^{II}, \quad (19)$$

где  $K_{I,t}^I$  и  $K_{II,t}^I$  – коэффициенты интенсивности напряжений в вершине капилляров, вызванные внутрикапиллярным давлением воды;  $K_{I,t}^{II}$  и  $K_{II,t}^{II}$  – то же в вершинах трещин типа II.

Тогда в момент развития микротрещин и объединения их в магистральные макротрещины

$$K_{Ic,t}^{IIK} = K_{Ic,t}^I + K_{Ic,t}^{II}; \quad (20)$$

$$K_{IIc,t}^{IIK} = K_{IIc,t}^I + K_{IIc,t}^{II}. \quad (21)$$

Рассмотрим капиллярные микродефекты в температурном диапазоне 1 (вода).

**Диапазон 1 (вода).** На капилляр действует система сил, показанная на рисунке 4. Силы  $P_c$  определяются капиллярным давлением;  $P_w$  – расширением воды при повышении температуры;  $P_{cs}$  – расширением кристаллической системы;  $\tau$  – касательными напряжениями, возникающими от действия сил в капиллярах, ориентированных параллельно силам  $P$ .

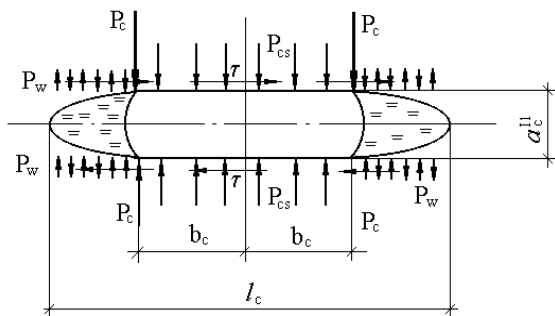


Рис. 4. Система сил, действующих на заполненный водой капилляр

Таким образом,

$$K_{I,t}^{I1} = K_{I,t}^{I1C} - K_{I,t}^{I1W} + K_{I,t}^{I1CS} \quad (22)$$

или в момент локального разрушения

$$K_{I,C,t}^{I1} = K_{I,C,t}^{I1C} - K_{I,C,t}^{I1W} + K_{I,C,t}^{I1CS}. \quad (23)$$

Тогда

$$K_{I,t}^{I1C} = \left(4\sqrt{\pi}/\sqrt{2}\right) a_c \cos\theta \cdot \sigma_0 \times \\ \times (1-t/t_k) / g_c \sqrt{l_c \left[1 - (1-W/100)^2\right]}. \quad (24)$$

Величина  $P_w$  рассчитывается по формуле

$$P_w = \alpha_{t,w} \Delta T E_w, \quad (25)$$

а величина  $\alpha_{t,w}$  определяется на основании анализа опытных данных:

$$\alpha_{t,w} = 0,000067 + 0,0000076 t. \quad (26)$$

При действии постоянной нормальной нагрузки интенсивностью  $\sigma$  на симметричных концевых участках трещины, примыкающих к вершинам трещины, в соответствии с решением Дж. Си [18], КИН при нормальном отрыве определяется по формуле

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi l} \left[1 - (2/\pi) \arcsin(a/l)\right]. \quad (27)$$

Тогда КИН от температурного расширения воды, замкнутой капиллярными силами в вершинах капилляра,

$$K_{I,t}^{I1,W} = \alpha_{t,w} \Delta T E_w \sqrt{\pi l_c / 2} \times \\ \times \left[1 - (2/\pi) \arcsin(2b_c/l_c)\right]. \quad (28)$$

Величина  $P_{cs}$  рассчитывается следующим образом:

$$P_{cs} = \alpha_{t,cs} \Delta T E_{cs}. \quad (29)$$

При действии на берегах трещины постоянной нормальной ( $\sigma$ ) и сдвигающей ( $\tau$ ) нагрузки КИН при нормальном отрыве и поперечном сдвиге определяется по формулам Г. П. Черепанова [19] и В. В. Панасюка [20]:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi l}; \quad (30)$$

$$K_{II} = \tau \sqrt{\pi l}. \quad (31)$$

КИН от температурного расширения кристаллической системы

$$K_{I,t}^{I1,CS} = \alpha_{t,cs} \Delta T E_{cs} \sqrt{\pi l_c / 2}. \quad (32)$$

Если  $K_{I,C,t}^{I1C} + K_{I,C,t}^{I1,CS} > K_{I,C,t}^{I1,W}$ , то величина  $a_c^{I1}$  уменьшается, и наоборот. Ширина раскрытия (радиус) капилляра

$$a_c^{I1} = a_c^b + a_c^{cs} - a_c^c, \quad (33)$$

где все входящие в выражение (33) параметры определяются по формуле (11).

Величина  $K_{II,t}^{I1}$  вычисляется следующим образом:

$$K_{II,t}^{I1} = \left[\sigma_0 \pi a_c \cos\theta (1-t/t_k) + \alpha_{t,cs} \Delta T E_{cs} l_c g_c - \right. \\ \left. - 2\alpha_{t,w} \Delta T E_w g_c (l_c/2 - b_c)\right] \sqrt{\pi l_c} / \sqrt{2} g_c^2. \quad (34)$$

В зависимости от ориентации замкнутых трещин или капилляров они могут быть заполнены жидкостью несимметрично, тогда интенсивность напряжений в вершинах дефекта будет неодинакова. На такой капилляр действует система сил, показанная на рисунке 5. При этом

$$K_{I_t}^{II} + K_{I_t}^{II,C,m} - K_{I_t}^{II,W,m} + K_{I_t}^{II,cs}, \quad (35)$$

где  $K_{I_t}^{II,C,m} = (K_{I_t}^{II,C,A} + K_{I_t}^{II,C,B})/2$ ;  $K_{I_t}^{II,C,A}$  – коэффициент интенсивности напряжений в точке  $A$  от действия сил  $P_c$ ;  $K_{I_t}^{II,C,B}$  – то же в точке  $B$ ;  $K_{I_t}^{II,W,m} = (K_{I_t}^{II,W,A} + K_{I_t}^{II,W,B})/2$ ;  $K_{I_t}^{II,W,A}$  – КИН в точке  $A$  от действия сил  $P_w$ ;  $K_{I_t}^{II,W,B}$  – то же в точке  $B$ .

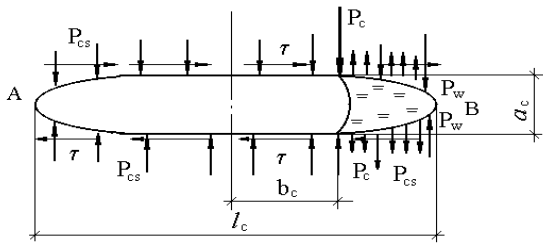


Рис. 5. Система сил, действующих на несимметрично заполненный водой капилляр

Если на верхнем и нижнем берегах трещины в точке, удаленной от центра трещины на расстояние  $b$ , приложены сосредоточенные нормальные, противоположные по направлению силы, то КИН, в соответствии с решениями В. В. Панасюка, М. П. Саврука, А. П. Дაცышин, Дж. Си, Г. Либовица, П. Париса, Дж. Ирвина, Г. П. Черепанова [21-23, 19, 17, 18, 24], определяются из выражения

$$K_I^{\pm} - iK_{II}^{\pm} = \left(1/\sqrt{\pi l}\right) \left[ (P - iQ) \times \sqrt{(l \pm b)/(l \mp b)} \pm Ml / \left( (l \mp b) \sqrt{l^2 - b^2} \right) \right]. \quad (36)$$

Здесь и в дальнейшем величины  $K_I^{\pm}$  и  $K_{II}^{\pm}$  с нижним знаком относятся к левой вершине трещины ( $x = -l$ ), а с верхним – к правой ( $x = l$ ).

Тогда коэффициенты интенсивных напряжений от капиллярных сил в точках  $A$  и  $B$  равны соответственно

$$K_{I_t}^{II,C,A} = P_c \sqrt{(l_c/2 - b_c)/(l_c/2 + b_c)} / \sqrt{\pi l_c/2}, \quad (37)$$

$$K_{I_t}^{II,C,B} = P_c \sqrt{(l_c/2 + b_c)/(l_c/2 - b_c)} / \sqrt{\pi l_c/2}, \quad (38)$$

$$K_{I_t}^{II,C,m} = (K_{I_t}^{II,C,A} + K_{I_t}^{II,C,B})/2 = P_c \sqrt{2} / \sqrt{\pi(l_c^2 - 4b_c^2)}. \quad (39)$$

Если на берегах трещин на участке  $b \leq x \leq c$  приложены постоянные нормальные ( $\sigma$ ) и сдвигающие ( $\tau$ ) усилия, то, используя решение Дж. Си и П. Париса [24], КИН рассчитываются по формуле

$$K_I^{\pm} - iK_{II}^{\pm} = \left( \sigma - i\tau \sqrt{l/\pi} \left[ \arcsin(c/l) - \arcsin(b/l) \mp \sqrt{1 - (c/l)^2} \pm \sqrt{1 - (b/l)^2} \right] \right). \quad (40)$$

КИН от действия сил  $P_w$  в точках  $A$  и  $B$  капилляра равны соответственно

$$K_{I_t}^{II,W,A} = \alpha_{t,w} \Delta t E_w \sqrt{l_c/2\pi} \times \left[ \pi/2 - \arcsin(2b_c/l_c) - \sqrt{1 - (2b_c/l_c)^2} \right], \quad (41)$$

$$K_{I_t}^{II,W,B} = \alpha_{t,w} \Delta t E_w \sqrt{l_c/2\pi} \times \left[ \pi/2 - \arcsin(2b_c/l_c) + \sqrt{1 - (2b_c/l_c)^2} \right], \quad (42)$$

$$K_{I_t}^{II,W,m} = \alpha_{t,w} \Delta t E_w \sqrt{l_c/2\pi} \times \left[ \pi/2 - \arcsin(2b_c/l_c) \right]. \quad (43)$$

Интенсивность напряжений в каждой из вершин несимметрично заполненного водой капилляра может быть определена по формулам

$$K_{I_t}^{II,A} = K_{I_t}^{II,C,A} - K_{I_t}^{II,W,A} + l/2 K_{I_t}^{II,cs}, \quad (44)$$

$$K_{I_t}^{II,B} = K_{I_t}^{II,C,B} - K_{I_t}^{II,W,B} + l/2 K_{I_t}^{II,cs}. \quad (45)$$

Рассмотрим краевые трещины или незамкнутые капилляры (индекс II), выходящие на поверхность (грань) образца. В первом температурном диапазоне на трещину (пору) действует система сил, показанная на рисунке 6, при этом

$$K_{I_t}^{III} = K_{I_t}^{III,C} - K_{I_t}^{III,W} + K_{I_t}^{III,cs}. \quad (46)$$

Пусть к противоположным берегам трещины на расстоянии  $b$  от края полуплоскости приложены равные по величине, но обратные по направлению нормальные и касательные



сосредоточенные силы. Из решения, полученного В. В. Панасюком, М. П. Савруком, А. П. Дацышин [21-23] специальной аппроксимацией сингулярного интегрального уравнения, следует

$$K_I - iK_{II} = 2(P - iQ)\sqrt{c/2\pi l} / \sqrt{1 - (b/l)^c}, \quad (47)$$

где  $c = 2\pi^2 / (\pi^2 - 4)$ .

Интенсивность напряжений в вершине краевого дефекта от действия капиллярных сил

$$K_{Ic}^{II,c} = 2P_c \sqrt{c/2\pi l_c} / \sqrt{1 - (b_c/l_c)^c} = \sqrt{2c} P_c / \sqrt{\pi l_c [1 - (b_c/l_c)^c]}. \quad (48)$$

Если на берегах трещины задана кусочно-постоянная нагрузка, а край полуплоскости свободен от напряжений, используется численное решение интегральных уравнений, на основе которого методом интерполяции Р. Хартранфт и Дж. Си построили аналитическое выражение для КИН [25, 18]:

$$K_I - iK_{II} = 2(P - i\tau)\sqrt{\pi l} (2/\pi) \times \arccos(b/l) [1 + f(b/l)]. \quad (49)$$

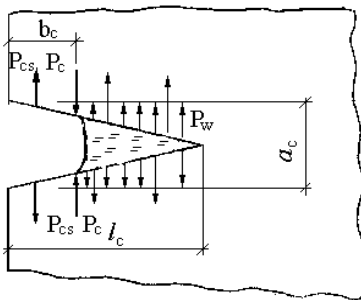


Рис. 6. Система сил, действующих на незамкнутый капилляр в первом температурном диапазоне

Значения функции  $f(b/l)$  приведены Дж. Си [18] и могут быть аппроксимированы выражением  $f(b/l) = 0,1215(1 - b/l)$ .

Интенсивность напряжений в вершине краевого дефекта от линейного расширения поровой воды

$$K_{Ic}^{II,w} = P_w \sqrt{\pi l_c} (2/\pi) \arccos(b_c/l_c) \times [1 + f(b_c/l_c)] = 2P_w \sqrt{l_c/\pi} \times \arccos(b_c/l_c) [1 + 0,1215(1 - b_c/l_c)]. \quad (50)$$

Коэффициент интенсивности напряжений, вызванных расширением кристаллической системы при увеличении температуры, определяется по выражению

$$K_{Ic}^{II,cs} = P_{cs} \sqrt{\pi l_c} (2/\pi) \arccos(o) [1 + f(o)] = \alpha_{t,cs} \Delta t E_{cs} \sqrt{\pi l_c} (2/\pi) 1,5708 [1 + 0,1215] = 3,523 \alpha_{t,cs} \Delta t E_{cs} \sqrt{l_c/\pi}. \quad (51)$$

### Выводы

1. В качестве теоретической основы метода приняты физические представления о механизме приращения объема трещин в модели усадки бетона.

2. Основным расчетным критерием метода является обобщенный суммарный параметр трещиностойкости  $K_c$ .

3. Современные представления о механизме влажностной усадки, экспериментальные данные о величине капиллярного давления (70 кПа через 180 мин. после укладки бетона) позволяют выполнить аналитические решения для оценки напряженного состояния и трещиностойкости бетона в раннем возрасте на основе обобщенного критерия в терминах коэффициентов интенсивности напряжений.

Разработанный алгоритм расчета трещиностойкости при усадке позволяет учесть влияющие на капиллярное давление факторы: вид цемента, наличие модификаторов и минеральных добавок, условия выдерживания бетона после расплубливания (поверхностное смачивание, восполнение испарившейся воды, нормально-влажностное твердение).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kaprielov S., Sheynfeld A., Kardumian H., Dondukov V. Characteristics of the structure and properties of high-strength concrete, containing multicomponent modifiers including silica fume, fly ash and metakaolin // 16 International Baustofftagung (IBAUSIL). Weimar, Deutschland, September 20-23, 2006. Band 2. P. 77-84.
2. Славчева Г. С., Чернышов Е. М., Ким Л. В. Влажностная усадка модифицированного цементного камня в процессе раннего обезвоживания и после старения // Современные технологии и развитие политического образования: Дальневосточный федеральный ун-т, 19-23 сентября 2016. – Владивосток, 2016.

3. Yang Y., Sato R., Kawai K. Autogenous shrinkage of high-strength concrete containing silica fume under drying at early ages // *Cement and Concrete Research*. 2005. 35(3): 449-456.
4. Zhutovsky S., Kovler K. Effect of internal curing on durability-related properties of high performance concrete // *Cement and Concrete Research*. 2012. 42. P. 20-26.
5. Aïtcin P. C. The durability characteristics of high performance concrete: a review // *Cement & Concrete Composites*. 2003. 25. P. 409-420.
6. Ayano T. and Wittman F. Drying, moisture distribution, and shrinkage of cementbased materials // *Materials and Structures*. 2002. 35(3): 134-140.
7. CEN EN 197-1. Cement-part 1: composition and specifications and conformity criteria for common cements, European Commission for Standardization (CEN). 2000. P. 1-33.
8. ГОСТ 24544-81. Бетоны. Методы определения деформаций усадки и ползучести. М., 1982. 26 с.
9. ASTM C157/C157M-08. Standard Test Method for Length Change of Hardened Hydraulic-Cement Mortar and Concrete. ASTM International, West Conshohocken, PA. 2008. 7 p.
10. Slowik V., Schmidt M., Fritsch R. Capillary pressure in fresh cement based materials and identification of the air entry value // *Cement & Concrete Composites*. 2008. 30(7): 557-565.
11. Flatt R.J. Interparticle forces and superplasticisers in cement suspensions: Phd thesis, No. 2040, 8 wiss Federal Institute of Technology. Zurich, 1999.
12. Flatt R.J. Dispersion forces in cement suspensions' // *Cement and Concrete Research*. 2004. 34. P. 399-408.
13. Flatt R.J. Towards a prediction of superplasticized concrete rheology // *Materials and Structures*. 2004. 37. P. 289-300.
14. Schmidt M., Slowik V. Capillary pressure-controlled concrete curing in pavement construction // *Proceedings of 2013 Airfield and Highway Pavement Conference*. June 9-12, 2013. Los Angeles, California, USA, American Society of Civil Engineers, 2013. P. 295-306.
15. Schmidt M., Slowik V. Instrumentation for optimizing concrete curing // *Concrete international*. 2013. 35(8). 60-64.
16. Slowik V., Schmidt M., Kässler D., Eiserbeck M. Capillary pressure monitoring in plastic concrete for controlling early-age shrinkage cracking // *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*. 2014. Vol. 2441: Concrete Materials. 1-5.
17. Irwin G. R. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing plate // *J. Appl. Mech*. 1957. Vol. 24, No. 3. P. 361–364.
18. Sih G. C. Handbook of stress intensity factors. Bethlehem: Lehigh University Press, 1973. Vol. 1. 420 p.
19. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974. 640 с.
20. Панасюк В. В. Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. Киев: Наукова думка, 1968. 246 с.
21. Панасюк В. В., Саврук М. П., Дацьшин А. П. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. Киев: Наукова думка, 1976. 246 с.
22. Саврук М. П. Двумерные задачи упругости для тел с трещинами. Киев: Наукова думка, 1981. 324 с.
23. Саврук М. П. Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами. Киев: Наукова думка, 1988. 620 с.
24. Tada H., Paris P. C., Irwin G. R. The stress analysis of cracks. Hellrtown: Del Research Corp., 1973. 385 p.
25. Hartranft R. J., Sih G. C. Alternating method applied to edge and surface crack problems // *Methods of analysis and solutions of crack problems*. Leyden: Noord hoff intern. Publ., 1973. P. 179–238. (Mechanics of fracture; 1).

#### Информация об авторах

*ЛЕОНОВИЧ Сергей Николаевич* – доктор технических наук, профессор кафедры технологии строительного производства, Белорусский национальный технический университет, г. Минск, Республика Беларусь. Область научных интересов – долговечность железобетонных конструкций, механика разрушения бетона и железобетона при эксплуатации в условиях температурно-влажностных и коррозионных воздействий. E-mail: sleonovich@mail.ru

UDC 666.972.16

**CAPILLARY SHRINKAGE AND CRACKING IN PLASTIC CONCRETE****S. N. Leonovich***Belarusian National Technical University (Minsk)*

*Abstract.* Concrete destruction processes by cracks are considered as the generalized tensely deformed condition in some initial volume having the physical features inherent in a composite with strength and stress-related characteristics.

It is possible to apply analytical calculations for assessment of tension and crack resistance of concrete at early age on the basis of the generalized criterion in terms of coefficients of intensity of tension due to modern experimental data about the size of capillary pressure (70 kPa in 180 min. after casting). The developed algorithm of calculation allows to consider the factors influencing capillary pressure: type of cement, modifiers and mineral additives, concrete curing conditions.

Concrete is considered as the elastic quasihomogeneous two-component medium consisting of: a) constructive part: matrixes – the hardening cement stone with structural elements of crushed stone, sand; b) destructive part: emptiness: capillaries cracks and a time (cavities with initial cracks in walls). Initial physicomaterial properties of concrete (constructive) are estimated by strength and stress-related characteristics of  $R_b$ ,  $R_{bt}$ ,  $E_b$  and parameters of mechanics of destruction  $K_{ij}$ ,  $G_{ij}$ ,  $J_i$ .

The process of formation and movement of cracks is considered as a result of an impact, based on the principles of crack theory, which is deduced from a condition that at the tip of every crack of the level in the initial volume of concrete there are fields of deformation and tension creating schemes for normal separation and shift. The arising condition is estimated by the corresponding expenses of energy of destruction of  $G_{ij}$  and coefficients of intensity of tension

$$K_{ij} = \sqrt{G_{ij}E_{ij}}.$$

Long-term exposure to temperatures and moisture during shrinkage creates fields of tension on tips of emptiness – cracks.

$$K_{ic}(\tau) = K_{ic}(\tau_o)D.$$

Concrete destruction processes caused by cracks are regarded as the general tensely deformed state in some initial volume having the physical features inherent in a composite with strength and stress-related characteristics  $R_b$ ,  $R_{bt}$ , v. Features of physical processes of moving micro and macrocracks in the studied volume are reliable and proved by experimental data by definition of  $l_{cr}$ ,  $G_{ij}$ ,  $J_i$ ,  $K_I$  and  $K_{II}$  on samples cubes (prisms).

Stress-related and strength characteristics in the single volume of concrete of any structure are provided with the system of active and reactive forces in structure:  $\sum N_{act} - \sum N_{react} = R_i$ .

Efforts arise the C change at shrinkage of temperature, humidity, pressure in defects of structure of  $\Pi$ ,  $K$ ,  $T$ , filled with liquid, the sizes and amount of defects, quantity and property of structural communications change that influences the level of initial properties  $R_i$ ,  $E_j$  and levels of their measured limits.

*Keywords:* capillary shrinkage; cracking, early age (plastic) concrete; stress intensity factor; capillary pressure; capillary forces; system of forces.

## REFERENCES

1. Kaprielov S., Sheynfeld A., Kardumian H., Dondukov V. Characteristics of the structure and properties of high-strength concrete, containing multicomponent modifiers including silica fume, fly ash and metakaolin, *16 International Baustofftagung (IBAUSIL)*. Weimar, Deutschland, September 20-23, 2006, band 2, pp. 77-84.
2. Slavcheva G. S., Chernyshov E. M., Kim L. V. Vlazhnostnaja usadka modifitsirovannogo cementnogo kamnja v processe rannego obezvozhivaniya i posle starenija, *Sovremennye tehnologii i razvitie politicheskogo obrazovanija*, Dal'nevostochnyj federal'nyj un-t, 19-23 sentjabrja 2016, Vladivostok, RF.
3. Yang Y., Sato R., Kawai K. (2005) Autogenous shrinkage of high-strength concrete containing silica fume under drying at early ages, *Cement and Concrete Research* 35(3): 449-456.

4. Zhutovsky S., Kovler K.. Effect of internal curing on durability-related properties of high performance concrete, *Cement and Concrete Research* 42 (2012), pp. 20-26.
5. Aitcin P. C. The durability characteristics of high performance concrete: a review, *Cement & Concrete Composites* 25 (2003), pp. 409-420.
6. Ayano T. and Wittman F. (2002) Drying, moisture distribution, and shrinkage of cementbased materials, *Materials and Structures* 35(3): 134-140.
7. CEN EN 197-1, Cement-part 1: composition and specifications and conformity criteria for common cements, European Commission for Standardization (CEN), 2000, pp. 1-33.
8. GOST 24544-81. Betony. Metody opredelenija deformacij usadki i polzuchesti, 1982, 26 p.
9. ASTM C157/C157M-08 Standard Test Method for Length Change of Hardened Hydraulic-Cement Mortar and Concrete. ASTM International, West Conshohocken, PA, 2008, 7 p.
10. Slowik V., Schmidt M., Fritzsche R. (2008) Capillary pressure in fresh cement based materials and identification of the air entry value, *Cement & Concrete Composites* 30(7) : 557-565.
11. Flatt R. J. Interparticle forces and superplasticisers in cement suspensions'. Phd thesis, No. 2040, 8 wiss Federal Institute of Technology (Zurich, 1999).
12. Flatt R. J. Dispersion forces in cement suspensions', *Cement and Concrete Research* 34 (2004), pp. 399-408.
13. Flatt R. J. Towards a prediction of superplasticized concrete rheology, *Materials and Structures* 37 (2004), pp. 289-300.
14. Schmidt M., Slowik V. (2013a) Capillary pressure-controlled concrete curing in pavement construction. In: Proceedings of 2013 Airfield and Highway Pavement Conference. June 9-12, 2013, Los Angeles, California, USA, American Society of Civil Engineers, 2013, 295-306.
15. Schmidt M., Slowik V. (2013b) Instrumentation for optimizing concrete curing. *Concrete international* 35(8), 60-64.
16. Slowik V., Schmidt M., Kässler D., Eiserbeck M. (2014) Capillary pressure monitoring in plastic concrete for controlling early-age shrinkage cracking. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, Volume 2441, *Concrete Materials*, 2014, 1-5.
17. Irwin G. R. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing plate, *J. Appl. Mech.*, 1957. 24, No. 3, pp. 361–364.
18. Sih G. C. Handbook of stress intensity factors, *Bethlehem: Lehigh University Press*. 1973, Vol. 1, 420 p.
19. Cherepanov G. P. *Mehanika hrupkogo razrusheniya*, Moscow: Nauka, 1974, 640 p.
20. Panasjuk V. V. *Predel'noe ravnovesie hrupkikh tel s treshhinami*, Kiev: Naukova dumka, 1968, 246 p.
21. Panasjuk V. V., Savruk M. P., Dacyshin A. P. *Raspredelenie naprjazhenij okolo treshhin v plastinah i obolochkah*, Kiev: Naukova dumka, 1976, 246 p.
22. Savruk M. P. *Dvumernye zadachi uprugosti dlja tel s treshhinami*, Kiev: Naukova dumka, 1981, 324 p.
23. Savruk M. P. *Koefficienty intensivnosti naprjazhenij v telah s treshhinami*, Kiev: Naukova dumka, 1988, 620 p.
24. Tada H., Paris P.C., Irwin G.R. *The stress analysis of cracks*, Hellrtown: Del Research Corp., 1973, 385 p.
25. Hartranft R. J., Sih G. C. Alternating method applied to edge and surface crack problems, *Methods of analysis and solutions of crack problems*, Leyden: Noord hoff intern. Publ., 1973, pp. 179–238, (Mechanics of fracture; 1).

#### Information about the authors

*LEONOVICH Sergei Nikolaevich* – Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Construction Production Technology, Belarusian National Technical University, Minsk, Belarus. Scientific interests – durability of reinforced concrete constructions, mechanics of concrete destruction under temperature-humidity and corrosion impact. E-mail: leonovich@mail.ru

#### Библиографическая ссылка

Леонович С. Н. Капиллярная усадка и трещинообразование бетона в раннем возрасте // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Сер.: Материалы. Конструкции. Технологии. – 2017. – № 3. – С. 22-33.